APRIL/MAY 2019

BMA41 — VECTOR ANALYSIS AND FOURIER ANALYSIS

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.

1. Write the formula for $\frac{d}{dt}(\bar{u}\times\bar{v})$.

   $\frac{d}{dt}(\bar{u}\times\bar{v})$ வின் சூத்திரத்தை எழுதுக.

2. Define the velocity of the particle at time 't'.

   ஒரு துகளின் திசைவேகத்தை 't' நேரத்தில் வரையறு.

3. If $\varphi = x^2 y + y^2 x + z^2$ then find ∇_{φ} at the point $(1,1,1)$.

   $\varphi = x^2 y + y^2 x + z^2$ ல் $(1,1,1)$ என்ற புள்ளியிடத்து ∇_{φ} ஐ காண்க.

4. Define solenoidal vector.

   பாய்வில்லா வெக்டர் வரையறு.

5. Define the total work done by a force.

விசை செய்த வேலையை வரையறு.

6. Define line integral.

கோட்டுத் தொகையை வரையறு.

7. Using Gauss Divergence theorem. Show that $\int_S \vec{r} \cdot \vec{n}\, ds = 3V$.

காஸின் பாய்வு தேற்றத்தை பயன்படுத்தி $\int_S \vec{r} \cdot \vec{n}\, ds = 3V$ என நிறுவுக.

8. State Green's theorem in the plane.

தளத்தில் கிரீன்ஸ் தேற்றத்தை எழுதுக.

9. If $f(x) = x, -\pi < x < \pi$ then find the Fourier coefficient a_0.

$f(x) = x$ என்ற சார்புக்கு $-\pi < x < \pi$ என்ற பூரியர் கெழு a_0 ஐ காண்க.

10. Find the Fourier sine series for $f(x) = c$ in $(0, \pi)$.

$f(x) = c$ என்ற சார்புக்கு $(0, \pi)$ என்ற இடைவெளியில் பூரியர் சைன் தொடரைக் காண்க.

18. Evaluate $\int_C \vec{F} \bullet d\vec{r}$ where $\vec{F} = (x^2 - y^2)\vec{i} + 2xy\vec{j}$ and the curve C is the rectangle in the xy plane bounded by $y = 0, x = a, y = b, x = 0$.

$\vec{F} = (x^2 - y^2)\vec{i} + 2xy\vec{j}$ மற்றும் C என்பது xy தளத்தில் அமைந்த $y = 0, x = a, y = b, x = 0$ ஆல் சூழப்பட்ட செவ்வகம் எனில் $\int_C \vec{F} \bullet d\vec{r}$ காண்க.

19. Verify Green's theorem in the plane for $\oint_C (3x^2 - 8y^2)dx + (4y - 6xy)dy$ where C is the boundary of the region defined by $y = \sqrt{x}, = x^2$.

$\oint_C (3x^2 - 8y^2)dx + (4y - 6xy)dy$ என்ற வெக்டருக்கு $y = \sqrt{x}, = x^2$ என்ற தளத்தால் சூழப்பட்ட பகுதியில் கிரீன்ஸ் தேற்றத்தை சரிபார்.

20. Find the Fourier series expansion for the function $f(x) = x + x^2$ in the interval $-\pi < x < \pi$. Deduce that $\frac{\pi^2}{6} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \ldots$

$-\pi < x < \pi$ என்ற இடைவெளியில் $f(x) = x + x^2$ என்ற சார்பின் பூரியர் விரிவு தொடரைக் காண்க. மேலும், $\frac{\pi^2}{6} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \ldots$ என நிறுவுக.

(b) Show that $\vec{F} = yz^2\vec{i} + (xz^2-1)\vec{j} + 2(xyz-1)\vec{k}$ is irrotational.

$\vec{F} = yz^2\vec{i} + (xz^2-1)\vec{j} + 2(xyz-1)\vec{k}$

எனும் வெக்டர் சுழற்சியற்றது எனக் காட்டுக.

13. (a) If $\vec{F} = x^2\vec{i} + xy\vec{j}$, evaluate $\int_C \vec{F} \bullet d\vec{r}$ where C is parabola $y^2 = x$ from the point $(0, 0)$ to $(1,1)$.

$\vec{F} = x^2\vec{i} + xy\vec{j}$ மற்றும் C என்பது $(0, 0)$ முதல் $(1,1)$ வரையிலான பரவளையம் $y^2 = x$ எனில் $\int_C \vec{F} \bullet d\vec{r}$ காண்க.

Or

(b) Evaluate $\int_V (2x+y)\,dv$ where V is the closed region bounded by the cylinder $Z = 4 - x^2$ and the planes $x = 0$, $y = 0$, $y = 2$ and $z = 0$.

V என்பது $Z = 4 - x^2$ என்ற உருளை மற்றும் $x = 0$, $y = 0$, $y = 2$ ஆகிய தளங்களால் சூழப்பட்ட மூடிய பகுதி எனில் $\int_V (2x+y)\,dv$ காண்க.

14. (a) Using Stoke's theorem, evaluate $\int_C \vec{F} \bullet d\vec{r}$. where $\vec{F} = (2x-y)\vec{i} - yz^2\vec{j} - yz^2\vec{J} - y^2 z\vec{k}$, S is the upper half surface of the sphere $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ and C is its boundary.

$\vec{F} = (2x-y)\vec{i} - yz^2\vec{j} - yz^2\vec{J} - y^2 z\vec{k}$ மற்றும் S என்பது $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ என்ற கோளத்தின் மேற்பரப்பு. C என்பது அதன் எல்லை எனில் ஸ்டோக்ஸ் தேற்றத்தை பயன்படுத்தி $\int_C \vec{F} \bullet d\vec{r}$ காண்க.

Or

(b) Using Divergence theorem, Evaluate $\int_S \vec{F} \cdot \hat{n}\,dS$ when $\vec{F} = 4xz\vec{i} - y^2\vec{j} + yz\vec{k}$ and S is the surface of the cube bounded by the plane $x = 0$, $x = 2$, $y = 0$, $y = 2$, $z = 0$, $z = 2$.

$\vec{F} = 4xz\vec{i} - y^2\vec{j} + yz\vec{k}$ மற்றும் S என்பது $x = 0$, $x = 2$, $y = 0$, $y = 2$, $z = 0$ மற்றும் $z = 2$ என்ற தளங்களால் சூழப்பட்ட கனசதுரம் $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ எனில் பாய்வு தேற்றத்தை பயன்படுத்தி $\int_S \vec{F} \cdot \hat{n}\,dS$ காண்க.