

19. Prove that a connected graph G is an Euler graph iff it can be decomposed into circuits.

G என்ற இணைந்த வரைபு ஆய்லர் வரைபாக இருப்பதற்கு தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை அதனுள் பிரித்தகு சுற்று இருக்கும் என்பதாகும் என நிறுவுக.

20. Prove that a graph is a tree iff G is minimally connected.

ஒரு வரைபு மரமாக இருப்பதற்கு தேவையான மற்றும் போதுமானது நிபந்தனை G மீச்சிறு இணைப்புடையதாக இருக்க வேண்டும் என்பதாகும் என நிறுவுக.

12. (a) Let G be a (p, q) graph. Then prove that $L(G)$ is a (q, q_L) graph where $q_L = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^p d_i^2 \right) - q$

G என்பது ஒரு (p, q) வரைவு எனில் $L(G)$ என்பது ஒரு (q, q_L) வரைவு என நிறுவுக. இதில் $q_L = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^p d_i^2 \right) - q$.

Or

- (b) Find the number edges in a k -regular graph.

ஒரு k - ஒழுங்கான வரைபில் எத்தனை விளிம்புகள் உள்ளன என்பதை காண்க.

13. (a) Prove that a graph G with p points and $\delta \geq \frac{p-1}{2}$ is connected.

p புள்ளிகளும் மற்றும் $\delta \geq \frac{p-1}{2}$ கொண்ட ஒரு வரைபு இணைந்து இருக்கும் என நிறுவுக.

Or

- (b) Prove that G is connected then \bar{G} is connected.

G என்பது இணைந்தது எனில் \bar{G} -ம் இணைந்தது என நிறுவுக.

7. Define Hamiltonian Path.

ஹேமில்டோனியின் பாதையை – வரையறு.

8. Define complete graph.

முழு வரைபை – வரையறு.

9. Define Tree.

மரம் – வரையறு.

10. Define Null Tree.

இன்மை மரம் – வரையறு.



SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions.

11. (a) Prove that the sum of the degree of all vertices in G is twice the number of edges in G.

ஒரு வரைவில் உள்ள G அனைத்து முனைகளின் படிக்களின் கூடுதல் அவ்வரைவில் உள்ள G விளிம்புகளின் எண்ணிக்கைக்கு இரு மடங்காகும் என நிறுவுக.

Or

(b) Prove that any Self complementary graph has $4n$ (or) $4n+1$ points.

ஒரு தன் நிரப்பி கோட்டுரு வரைபு $4n$ அல்லது $4n+1$ புள்ளிகள் கொண்டது என நிறுவுக.

NOVEMBER/DECEMBER 2019

**BEMA56A — GRAPH THEORY
(ELECTIVE-I)**

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.

1. Define graph.
வரைபு - வரையறு
2. Define degree
படி - வரைபு.
3. Define intersection graph
வெட்டு வரைபு - வரையறு.
4. Define Line graph.
கோடு வரைபு - வரையறு.
5. Define Open walk.
திறந்த நடை - வரையறு.
6. Define Circuit.
சுழல் - வரையறு.



14. (a) Prove that a graph is hamiltonian iff its closure is hamiltonian.

ஒரு வரைவு ஹமில்டோனியாக இருப்பதற்கு தேவையான மற்றும் போதுமானது நிபந்தனை அதன் அடைப்பு ஹமில்டோனியாக இருத்தல் வேண்டும் என்பதாகும் என நிறுவுக.

Or

- (b) Prove that a complete graph with n vertices there are $\frac{n-1}{2}$ edge disjoint Hamiltonian circuits if n is an odd number greater than or equal to 3.

n முனைகள் கொண்ட ஒரு முழு வரைவில் n என்பது 3 அல்லது அதற்கு மேல் இருக்கும் ஒற்றைப்படை எண் எனில் அவ்வரைபில் $\frac{n-1}{2}$ விளிம்பு பொது உறுப்பற்ற ஹமில்டோனியன் சுற்று இருக்கும் என நிறுவுக.

15. (a) Prove that a tree with n -vertices has $n-1$ edges.

n புள்ளிகள் உடைய ஒரு மரத்திற்கு $n-1$ கோடுகள் இருக்கும் என நிறுவுக.

Or

- (b) Prove that a graph G with n -vertices, $(n-1)$ edges and no circuit is a connected graph.

n முனைகள் $(n-1)$ விளிம்புகள் மற்றும் சுற்று இல்லாத ஒரு வரைவு G இணைப்புள்ள வரைவு என நிறுவுக.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. Prove that the number of vertices of odd degree in a graph is always even.

ஒரு வரைவில் உள்ள ஒற்றைப்படி முனைகளின் எண்ணிக்கை எப்பொழுது இரட்டையாகும் என நிறுவுக.

Prove that every graph is an intersection graph.

ஒவ்வொரு வரைபும் ஒரு வெட்டு வரைவு என நிறுவுக.

18. Prove that a simple graph with n vertices and k -components can have almost $\frac{(n-k)(n-k+1)}{2}$ edges.

n முனைகள் மற்றும் k கூறுகள் கொண்ட ஒரு சாதாரண வரைபில் அதிகபட்சமாக $\frac{(n-k)(n-k+1)}{2}$ விளிம்புகள் இருக்கும் என நிறுவுக.

