

NOVEMBER/DECEMBER 2019

**BAMA23B — MATHEMATICAL
STATISTICS — II**

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.

1. Define standard error.
திட்டப்பிழை - வரையறு.
2. Define chi square variant.
கை வர்க்க மாறியை வரையறு.
3. Define critical values.
மாறுநிலை மதிப்பு வரையறு.
4. Define null and alternative hypothesis.
இன்மை மற்றும் மாற்று எடுகோள் வரையறு.
5. If T is an unbiased estimator for θ then show that T^2 is a biased estimator for θ^2 .
 T என்பது θ -விற்கான பிறழ்ச்சியில்லா மதிப்பான் எனில் T^2 என்பது θ^2 -ன் பிறழ்ச்சி மதிப்பான எனக்காட்டுக.



6. Write Cramer-Rao inequality.

கிராமர்-ராவ் சமனிலியை எழுதுக.

7. Define critical region.

மாறுநிலை பகுதி வரையறு.

8. Define Type-I and Type-II error.

வகை - I மற்றும் வகை - II பிழை வரையறு.

9. Write down the assumptions made for using analysis of variance.

மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வினை உருவாக்குவதற்கு பயன்படும் தற்கோள்களை எழுதுக.

10. State two merits of lattice square design.

பின்னல் வர்க்க வடிவமைப்பின் இரண்டு பயன்கள் எழுதுக.

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions.

11. (a) Explain types of sampling.

பதக்கூறெடுத்தலின் வகைகளை விவரி.

Or

(b) Derive the student's t -distribution.

மாணவர்களின் t -பரவலை வரையறு.

19. State and prove Neyman Pearson lemma.

நெய்மென் பியர்சன் துணைத் தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

20. Explain the method of two-way classification.

இருவழி வகைப்படுத்துதல் முறையை விவரி.



12. (a) A die is thrown 9,000 times and a throw of 3 or 4 is observed 3,240 times. Show that the die cannot be regarded as an unbiased one and find the limits between which the probability of a throw of 3 or 4 lies.

ஒரு பகடை 9,000 முறை வீசப்படும்போது அதில் 3 அல்லது 4 கிடைப்பதற்கு 3,240 முறை கவனிக்கப்படுகிறது எனில் பகடை நெறிகோடாததை சார்ந்ததில்லை எனக்காட்டுக. 3 விழுவதற்கான நிகழ்தகவு மற்றும் 4 விழுவதற்கான நிகழ்தகவு இவற்றிற்கிடையேயான வரம்புகளை கண்டுபிடி.

Or

Prove that the variance of the sample mean is $\frac{\sigma^2}{n}$, where σ is the population standard deviation and n is the size of the random sample and also prove that the S.E. of mean of a random sample of size n from a population with variance σ^2 is $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

σ என்பது மக்கள்தொகை திட்டவிலக்கம் மற்றும் n என்பது தற்போக்கு பதக்கூற்றின் அளவு எனில் பதக்கூறு சராசரியின் விலக்கவாக்க சராசரி $\frac{\sigma^2}{n}$ எனக்காட்டுக. மேலும் விலக்கவாக்க சராசரி σ உடைய n அளவு மக்கள் தொகையின் தற்போக்கு பதக்கூற்றின் சராசரியின் S.E. $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ என நிரூபிக்க.



13. (a) Let x_1, x_2, \dots, x_n be a random sample from a uniform population $[0, \theta]$. Find a sufficient estimator for θ .

x_1, x_2, \dots, x_n என்பது சீரான மக்கள்தொகை $[0, \theta]$ -வின் தற்போக்கு பதக்கூறு எனில் θ -ன் போதுமான மதிப்பைக் கண்டுபிடி.

Or

- (b) Given the probability density function $f(x, \theta) = [\pi(1 + (x - \theta^2))]^{-1}$, $-\infty < x < \infty$, $-\infty < \theta < \infty$, show that the Cramer-Rao lower bound of variance of an unbiased estimator of θ is $\frac{2}{n}$, where n is the size of the random sample from this distribution.

$f(x, \theta) = [\pi(1 + (x - \theta^2))]^{-1}$, $-\infty < x < \infty$, $-\infty < \theta < \infty$ என்பது நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு எனில் இந்த பரவலில் இருந்து எடுக்கப்பட்ட தற்போக்கு பதக்கூற்றின் அளவு n எனில் θ -ன் நெறிக்கோடாக மதிப்பானின் விலக்கவாக்க சராசரியின் கிராமர் கீழ் வரம்பு $\frac{2}{n}$ எனக்காட்டுக.

- (ஆ) A மற்றும் B என்ற இரண்டு வகை உணவு முறைகளில் பன்றிகள் பெற்ற எடை (கி.கி-ல்) கூடுதல் கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

எடையில் கூடுதல்

உணவு முறை A: 25, 32, 30, 34, 24, 14, 32, 24, 30, 31, 35, 25

உணவு முறை B: 44, 34, 22, 10, 47, 31, 40, 30, 32, 35, 18, 21, 35, 29, 22

இவ்விரண்டு முறைகள் குறிப்பிட்ட வகையில் எடை கூடுதலில் தாக்கத்தை ஏற்படுத்துகிறதா எனச் சோதிக்கவும்.

18. (a) State invariance property of MLE.
(b) In random sampling from normal population $N(\mu, \sigma^2)$ find the maximum likelihood estimator for

- (i) μ when σ^2 is unknown.
(ii) σ^2 when μ is known and
(iii) The simultaneous estimation of μ and σ^2 .

(அ) MLE-இன் மாற்றின்மை பண்பினைக் கூறுக.

(ஆ) இயல்நொகுதி $N(\mu, \sigma^2)$ -இன் சமவாய்ப்புக் கூறின் மீச்சிறு நிகழ்வியல்பு மதிப்பினை பின்வருவனவற்றிற்கு காண்க.

- (i) μ எனும்போது σ^2 என்பது தெரியாது
(ii) σ^2 எனும்போது μ என்பது தெரியாது
(iii) μ மற்றும் σ^2 இன் ஒரே நேர மதிப்பு.

17. (a) A random sample of 10 boys had the following I.Q.'s : 70, 120, 110, 101, 38, 83, 95, 98, 107, 100. Do these data support the assumption of a population mean I.Q. of 100? Find a reasonable range in which most of the mean I.Q. values of samples of 10 boys lie.

- (b) Below are given the gain in weights (in kgs.) of pigs fed on two diets A and B.

Gain in weight

Diet A : 25, 32, 30, 34, 24, 14, 32, 24, 30, 31, 35, 25

Diet B : 44, 34, 22, 10, 47, 31, 40, 30, 32, 35, 18, 21, 35, 29, 22

Test if the two differ significantly as regards their effect on increase in weight.

- (அ) 10 சிறுவர்களின் நுண்ணறிவு I.Q.-ன் சமவாய்ப்புக்கூறு பின்வருமாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது : 70, 120, 110, 101, 88, 83, 95, 98, 107, 100. இவ்விவரங்கள் நுண்ணறிவு I.Q.-ன் தொகுதி சராசரி 100 என்ற கருதுகோளை நிறைவு செய்யுமா? 10 சிறுவர்களின் சராசரி நுண்ணறிவு எவ்வு எந்த வீச்சில் அமையும் எனக்காண்க

14. (a) Let p be a probability that a coin will fall head in a single toss in order to test $H_0 : p = \frac{1}{2}$ against $H_1 : p = \frac{3}{4}$. The coin is tossed 5 times and H_0 is rejected if more than 3 heads are obtained. Find the probability of type I error and power of the test.

$$H_0 : p = \frac{1}{2} \text{ -ற்கு } H_1 : p = \frac{3}{4} \text{ -ஐ சோதிப்பதற்கு}$$

நாணயத்தின் ஒரு சுண்டலில் தலை விழுவதற்கான நிகழ்தகவினை p என்க. ஒரு நாணயம் 5 முறைகள் சுண்டப்படுகிறது மற்றும் 3 முறைக்கு மேல் தலை பெறப்பெற்றால் H_0 நீக்கப்படுகிறது. முதல்வகை பிழைக்கான நிகழ்தகவு மற்றும் சோதனையின் திறனைக் காண்க.

02	Or	02
----	----	----

- (b) Prove that if λ is the likelihood ratio for testing a simple hypothesis H_0 and if $U = \phi(\lambda)$ is a monotonic increasing (decreasing) function of λ then prove that the test based on U is equivalent to the likelihood ratio test. The critical region for the test based on U is $\phi(0) < U < \phi(\lambda_0)$; $[\phi(\lambda_0) < U < \phi(0)]$.

H_0 என்பது எளிய கருதுகோள் λ -ஐ சோதிப்பதற்கான நிகல்வியல்பு விகிதம் மற்றும் $U = \phi(\lambda)$ என்பது λ -இன் ஒருபோக்கு கூடும் (குறையும்) சார்பு எனில் U -ஐ மையமாக கொண்ட சோதனை நிகல்வியல்பு விகித சோதனைக்கு சமமானது என நிறுவுக. மேலும் U -ஐ மையமாக கொண்ட சோதனையின் மாறுநிலைப்பகுதி $\phi(0) < U < \phi(\lambda_0)$; $[\phi(\lambda_0) < U < \phi(0)]$ ஆகும் என நிறுவுக.

15. (a) The following table gives the yields of 15 samples of plot under three varieties of seed.

A	B	C
20	18	25
21	20	28
23	17	22
16	15	28
20	25	32

Test using analysis of variance whether there is a significant differences in the average yield of seeds.

பின்வரும் அட்டவணை 15 கூறுகளின் மூன்று வகையான விதிகளின் விளைச்சலை குறிக்கிறது.

A	B	C
20	18	25
21	20	28
23	17	22
16	15	28
20	25	32

மாறுபாட்டு பகுப்பாய்வு முறையை கொண்டு விதைகளின் சராசரி விளைச்சலுக்கு கனிசமான வேறுபாடு உள்ளதா என சோதிக்கவும்.

Or

- (b) State merits and demerits of random block design.

சமவாய்ப்பு கட்ட உரையின் நன்மைகள் மற்றும் தீமைகளை கூறுக.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. Derive the Moment Generating Function and Cumulant Generating Function of chi-square distribution.

கை-வர்க்க பரவலின் திருட்டமை ஆக்கச் சார்பு மற்றும் குவிப்பெருக்க ஆக்கச் சார்பினை வருவி.